eine Zahl in 37 Läufen überhaupt nicht erscheint, mehr als ein Drittel. Zum Vergleich sind ebenfalls die exakten Werte der Binomial-Verteilung und die daraus resultierenden Fehler angegeben:

| k | Poisson-Vert. P(Y = k) | Binomial-Vert. P(X = k) | Fehler (Differenz) |
|---|---|---|---|
| **0** | 0,36788 | 0,36285 | 0,00503 |
| **1** | 0,36788 | 0,37293 | 0,00505 |
| **2** | 0,18394 | 0,18647 | 0,00253 |
| **3** | 0,06131 | 0,06043 | 0,00088 |
| **4** | 0,01533 | 0,01427 | 0,00106 |
| **5** | 0,00307 | 0,00262 | 0,00045 |
| **6** | 0,00051 | 0,00039 | 0,00012 |
| **7** | 0,00007 | 0,00005 | 0,00003 |
| **...** | ... | ... | ... |
| | | Summe (Gesamtfehler): | 0,01515 |

**Tabelle 11** Wahrscheinlichkeiten für Mehrfachtreffer bei 37 Roulette-Läufen

Für einzelne Zahlen ist damit geklärt, mit welchen Wahrscheinlichkeiten die möglichen Trefferhäufigkeiten erreicht werden. Wie verhält es sich aber mit der Gesamtheit der Zahlen? Wie viele verschiedene Zahlen sind in 37 Läufen zu erwarten? Mit einem kleinen Trick lässt sich die Antwort sofort aus den schon vorliegenden Daten geben: Dazu definiert man auf der Basis der 37 Läufe die Zufallsgrößen $Z_0, Z_1, ..., Z_{36}$, wobei jede von ihnen den Wert 1 oder 0 annimmt, je nachdem, ob die entsprechende Zahl *genau* einmal ausgespielt wurde oder nicht. Aufgrund der bisherigen Ergebnisse gilt

$$E(Z_0) = E(Z_1) = ... = E(Z_{36}) = 0,37293.$$

Folglich besitzt die Anzahl der genau einmal getroffenen Zahlen $Z_0 + Z_1 + ... + Z_{36}$ den Erwartungswert

$$E(Z_0) + E(Z_1) + ...+ E(Z_{36}) = 37\cdot 0,373 = 13,8,$$

ein Wert, der sich nach dem Gesetz der großen Zahlen in langen Versuchsserien à 37 Spielen ungefähr als Durchschnitt ergeben wird. Genau so groß ist die zu erwartende Anzahl von Zahlen, die überhaupt nicht getroffen werden. In der Roulette-Literatur wird dieser Sachverhalt als „Zwei-Drittel-Gesetz“ bezeichnet: In einer Rotation genannten Serie von 37 Spielen erscheinen demnach etwa zwei Drittel der gesamten Zahlen.

In der alltäglichen Praxis kommt die Poisson-Verteilung vor allem dann zum Einsatz, wenn es darum geht, wie häufig seltene Ereignisse eintreten. Dabei kann es sich sowohl um Versicherungsfälle, eingehende Reparatur-Aufträge an einen Kundendienst oder atomare Zerfallsereignisse handeln. Selten sind jeweils die auf ein Objekt bezogenen Ereignisse, das heißt, die auf einen bestimmten Versicherten, einen bestimmten Kunden beziehungsweise ein bestimmtes Atom bezogenen Ereignisse – aufgrund der hohen Gesamtzahl der Objekte werden die global gezählten Ereignisse dann entsprechend häufig, wobei ihre Wahrscheinlichkeitsverteilung durch die Poisson-Verteilung gegeben wird. Die erste statistische Beobachtung der Poisson-Verteilung erfolgte übrigens zum Ende des 19. Jahrhunderts bei Todesfällen, die durch Hufschlägen im deutschen Armeekorps verursacht wurden. Zu finden ist das Beispiel in dem 1898 erschienenem Buch *Das Gesetz der kleinen Zahlen* des Mathemati-